KLEINE UNTERWEISUNG IM UMGANG MIT INTERVALLEN IN MUSIK UND ARCHITEKTUR

Der Säulenschaft, auch die Triglyphe klingt,
ich glaube gar, der ganze Tempel singt. (J. W. Goethe).

Hat ein Ton die Frequenz, die Tonhöhe 100 Hertz - der Ton stösst 100 mal in der Sekunde die Luftmoleküle an - so lässt sich messen, dass sein Oktavton 200 Hertz beträgt, die doppelte Frequenz. Wir stossen damit auf ein Naturgesetz, das sich zudem bei weiteren Intervallen mathematisch-logisch fortsetzt.

Will man von diesem 100 Hz-Ton, nennen wir ihn Ton c, wissen, welche Frequenz seine Quinte, also der um 7 Halbtöne höhere Ton besitzt, so sind wir - auf dem Klavier leicht zu sehen - beim Ton g. Es zeigt sich, dass dieses g, mit einem Frequenzmesser gemessen, 150 Hz beträgt, 150 mal in der Sekunde schwingt. Mathematisch haben wir somit ein Frequenzverhältnis von 150 Hz zu 100 Hz. Gekürzt ergibt sich das Verhältnis von 3 (=g) zu 2 (=c), also 3:2, in anderer Schreibweise 3/2. Wir können uns mit Hilfe der einfachen Bruchrechnung und ihrer Regeln mathematisch den musikalischen Intervallen nähern. Und wir sehen, dass nach dem Verhältnis 2:1 der Oktave die Quinte das nächst höhere Zahlenverhältnis 3:2 besitzt.

Voraussetzung ist allerdings, dass die zu untersuchenden Intervalle "rein" sind. Es müssen Naturtonintervalle sein, wie sie etwa ein Blechbläser ohne Benutzung seiner Ventile hervorbringt, oder wie sie ein Streicher auf einer Saite durch genaue Saitenteilung oder als Flageolett erzeugen kann. Auf unserem Klavier stimmt die Rechnung nur sehr ungenau, da der Klavierstimmer, um alle 12 Tonarten mit identischen Intervallen zu versehen, die Naturintervalle leicht verändern muss. Nur ein einziger Naturton, die Oktave, bleibt erhalten. Alle anderen Töne sind nach einem bestimmten Prinzip verändert in ihrer Tonhöhe, sie sind "temperiert".

Ein weiteres Beispiel: eine "reine" Quarte c-f, fünf Halbtöne über dem c, würde bei der Frequenzmessung gegenüber dem Grundton 100 Hz die Irrationalzahl 133,333 Hz ergeben. Das Verhältnis beider Frequenzen, beider Töne, ergibt sich dabei als 4:3 oder 4/3. Vier Halbtöne übereinander ergeben zum Grundton ein grosse Terz, nennen wir sie c-e. Ist diese Terz, anders als auf unserem Klavier, eine reine Terz, etwa von einem Alphorn gespielt, so bemisst sich bei einem Grundton von 100 Hz die Terz e mit einem Wert von 125 Hz. 125:100 = 5:4 oder 5/4.

Wir sehen, es ergeben sich Verhältnisse, also Brüche ganzer Zahlen, die, vom mathematisch einfachsten Phänomen, der Oktave 2:1, kontinuierlich zu den nächst höheren Zahlenverhältnissen fortschreiten. Die kleine Terz c-es ergibt, kaum noch überraschend, das Verhältnis 6:5. Auch alle anderen Intervallverhältnisse, die für Musik und Architektur von Interesse sind, wie etwa die grosse Sext 5:3 oder die kleine Sext 8:5, lassen sich leicht aus der Naturtonreihe ersehen. Der 7. Naturton passt sich, wie auch der 11. oder 13. und andere höhere, unserem europäischen Musiksystem nicht an. In der Baukunst steht dem Septimenverhältnis 7:4 dagegen nichts im Wege. Das Phänomen der Naturtöne setzt sich theoretisch bis ins Unendliche fort, was für die Musik oder für Proportionierungen in der Architektur aber nicht mehr weiter von Bedeutung ist.

Zum weiteren mathematischen Umgang mit Intervallen noch zwei Beispiele: die grosse Terz c-e und die kleine Terz e-g darüber ergeben, auf dem Klavier leicht zu ersehen, zusammen die Quinte c-g. Mathematisch bedeutet das: grosse Terz 5/4 + kleine Terz 6/5 = 5/4 x 6/5 = 30/20 = 3/2. Wir finden tatsächlich die Quinte.

Von einer Oktave eine Quart abgezogen ergibt ebenfalls eine Quinte, denn 2/1 : 4/3 = 2/1 x 3/4 = 6/4 = 3/2. Addition und Subtraktion von Intervallen entsprechen auf der mathematischen Seite also Multiplikation und Division von Verhältniszahlen, von Brüchen. Dies immer unter der Voraussetzung von reinen Intervallverhältnissen.

Es war die - teilweise - Kenntnis des Naturtongesetzes, die, beginnend mit den Pythagoräern in der griechischen Antike, in der abendländischen Kultur den Glauben an einen mathematischen Weltenbau, der sich in den musikalischen Intervallen widerspiegelt, bis z.T. noch ins 20. Jahrhundert tradiert hat, und in manchen Kulturepochen, insbesondere in Antike und Renaissance, bei Baumeistern wie Leon Battista Alberti oder Andrea Palladio etwa, die Architektur wesentlich geformt hat.

Quelle: Klaus Koenig: Zum Temperieren von Tasteninstrumenten in der Alten Musik. Versuch einer Einführung.